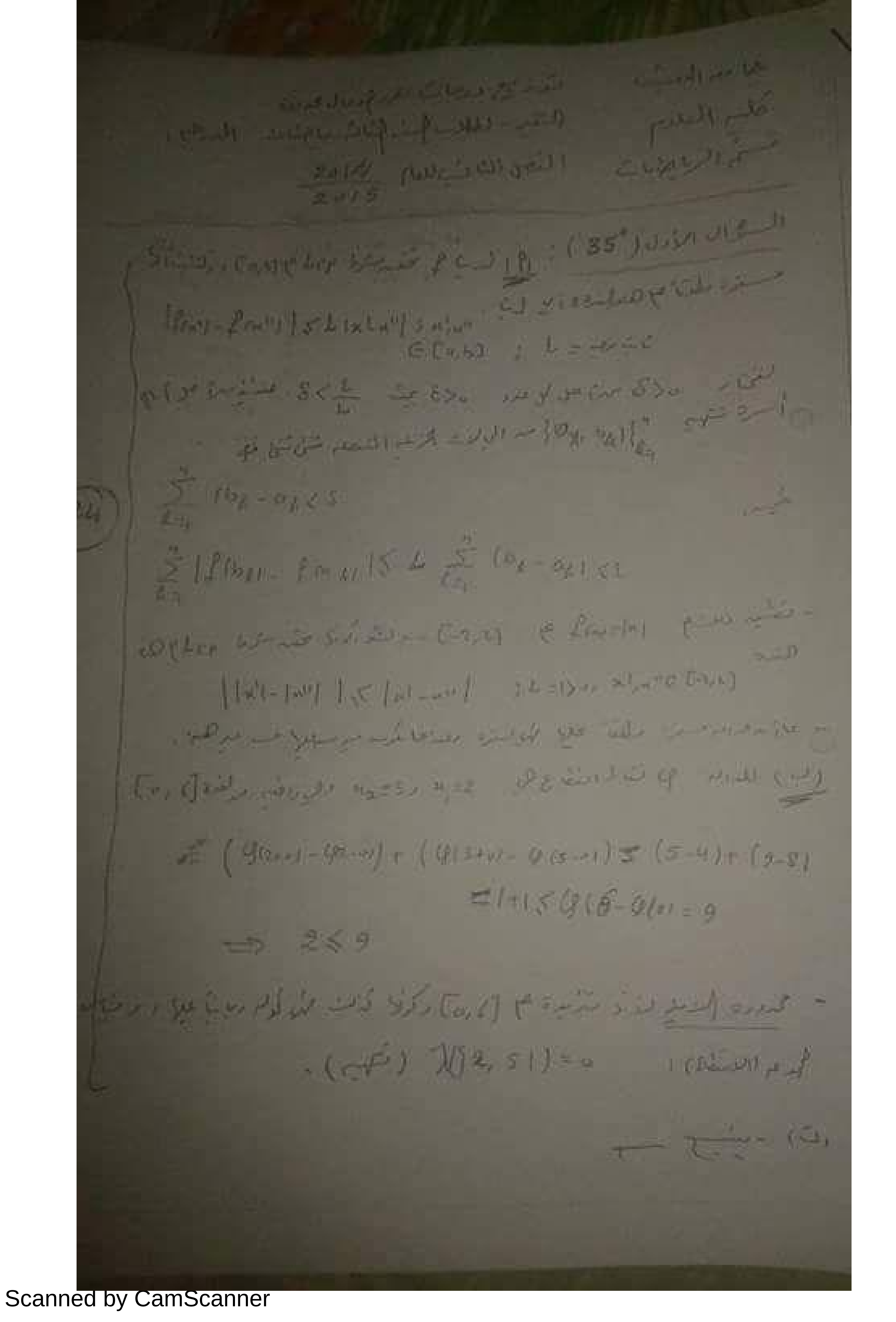


كلية العلوم
قسم الرياضيات

الفصل الثاني 2014/2015

السؤال الأول (35 درجة)

$|f(x')-f(x'')| \le L|x'-x''|$; $x', x'' \in [a,b]$; L = ثابت

$\delta < \frac{\varepsilon}{L}$

$\sum_{k=1}^{n} (b_k - a_k) < \delta$

$\sum_{k=1}^{n} |f(b_k) - f(a_k)| \le L \sum_{k=1}^{n} (b_k - a_k) < \varepsilon$

$f(x) = |x|$; $[-2,2]$

$\big||x'| - |x''|\big| \le |x' - x''|$; $L = 1 > 0$; $x', x'' \in [-2,2]$

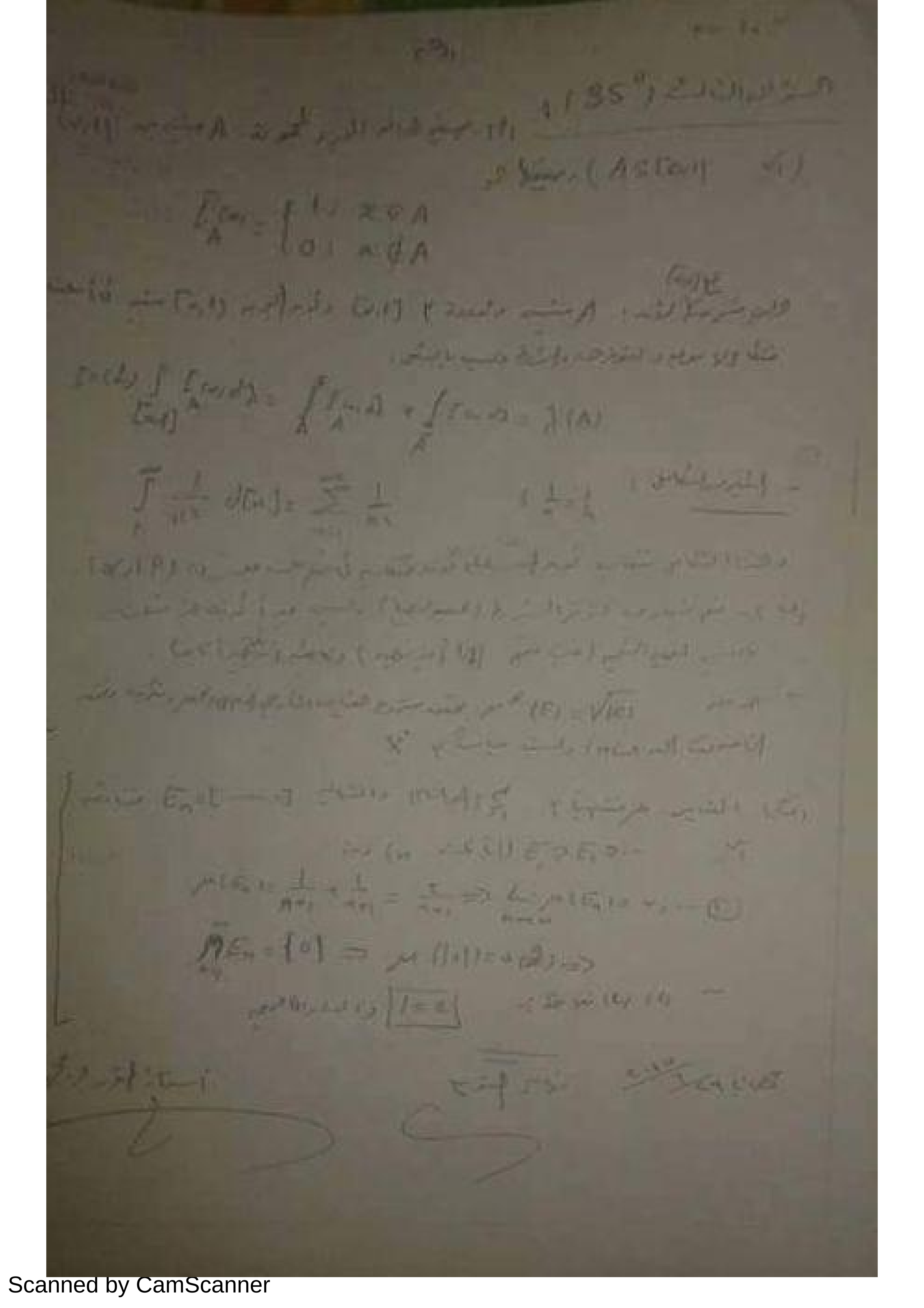
$\left(g(2+0) - g(2-0)\right) + \left(g(3+0) - g(3-0)\right) = (5-4) + (9-8)$

$= 1 + 1 \le g(3) - g(0) = 9$

$\Rightarrow 2 \le 9$

$[0,1]$

$\lambda([2,5]) = 0$



السؤال الثالث (35 د)

$A \subseteq [0,1]$

$$I_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

$$\int_{[0,1]} I_A(x)\, d\lambda = \int_A I_A\, d\lambda + \int_{\bar{A}} I_A\, d\lambda = \lambda(A)$$

$$\int_A \frac{1}{n^2}\, d\mu = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$(E) = \sqrt{(E)}$

X^2

$E_1 \supset E_2 \supset \dots$

$$\mu(E_n) = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+1} = \frac{2}{n+1} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \mu(E_n) = 0$$

$$\bigcap_{n} E_n = \{0\}$$

$1 = 0$

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر الدوال محدودة التغير
الفصل الثاني للعام 2014 /2015
السنة الثالثة - رياضيات

اسم الطالب :
الدرجة : 100
المدة : 90 دقيقة

السؤال الأول (35 درجة): أ) إذا كانت f دالة تحقق شرط ليبشتز على $[a,b]$، فاثبت أنها تكون مستمرة مطلقاً عليها، ثم حقق ذلك من أجل الدالة: $f(x) = |x|$ على $[-2,2]$ و هل هي قيوسة عليها و لماذا؟

ب) بين أن مجموع قفزات الدالة:

$$\varphi(x)=\begin{cases} x^2 & ; 0\le x\le 2 \\ x+3 & ; 2<x<5 \\ 9 & ; 5\le x\le 6 \end{cases}$$

في نقاط انقطاعها الداخلية على هذه الفترة أقل أو يساوي الفرق: $\varphi(6)-\varphi(0)$.

- ادرس محدودية التغير لهذه الدالة و كموليتها ريمانياً على $[0,6]$ و ما هو قياس مجموعة نقاط انقطاعها لوبيغياً و لماذا؟

ت)- تأكد من وجود تكامل ستيلجس للدالة: $g(x) = x^2$ بالنسبة لـ φ الموجودة في الطلب (ب) ثم احسب قيمته في حال وجوده (أي $J = (S)\int g\, d\varphi$).

السؤال الثاني (30 درجة): أ) - إذا كانت الدالة h مستمرة تقريباً في كل مكان على الفترة $[a,b]$، فناقش كموليتها لوبيغياً على هذه الفترة، و متى تكون الدالة العقدية ذ ت م على فترة حقيقية $[a,b]$.

ب) أوجد دالة التغير للدالة: $f(x) = \sqrt{x}$ على الفترة $[1,5]$ مع تغيرها الكلي عليها، وماذا بشأن استمرار دالة التغير الناتجة عند النقطة $x = 1$، و نوع إطراد الدالة $v_f(x) - f(x)$

ت) بتعيين المجموعة $E(\psi > c)$، أثبت أن الدالة:

$$\psi(x)=\begin{cases} 0 & ; x=0 \\ \frac{1}{x^2} & ; x\neq 0 \end{cases}$$

قيوسة على الفترة $[-1,1]$ حيث c أي عدد حقيقي.

السؤال الثالث (35 درجة): أ) - اكتب صيغة الدالة المميزة على الفترة $[0,1]$، ثم ناقش وجود تكامل ليبيغ لها من عدمه على نفس الفترة، و أحسبه في حال وجوده.

- عبر عن تكامل ستيلجس المعتل التالي: $\int_1^\infty \frac{1}{x^2}\, d[x]$ على شكل متسلسلة عددية لانهائية مع دراسة تقارب هذا التكامل أو تباعده (حيث $[x]$ دالة الصحيح).

ب) لو أخذنا المجموعة $X = \{1,2,3,4\}$ و الصف $S = \{\Phi, X, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

و المطلوب: بين أن S تبولوجيا على X و هل هو جبر، جبر تام؟ مع ذكر السبب.

- لنضع $\mu^*(E) = \sqrt{|E|}$ حيث $E \subseteq X$ و $|E|$ تمثل عدد عناصر هذه المجموعة،

والمطلوب: بين أن μ^* هذا قياساً خارجياً على X و ليس قياساً (X نفس المجموعة أعلاه).

ت) إذا كان μ قياساً منتهياً على جبر تام ما S_1، فناقش صحة المساواة:

$$\lim_n \mu(E_n) = \mu\left(\bigcap_{n=1}^{\infty} E_n\right) \quad ; E_n = \left[-\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n+1}\right], n \ge 1$$

نهاية الأسئلة

مع تمنياتي بالتوفيق و النجاح

حمص في 2015/6/29

مدرس المقرر: د.محمد عامر

١٠٢